TEMA D'ESAME

Domanda A

Data la funzione $h(x,y) = f(\overline{x}+\overline{y}) \oplus g(\overline{x \cdot y})$ e sapendo che $f(x) \neq g(x)\ \forall x$, si determini, procedendo in modo rigorosamente algebrico, quale delle seguenti affermazioni risulta vera, indipendentemente dalla forma delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$:

1. La funzione $h(x,y)$ assume valore costante
2. La funzione $h(x,y)$ è una funzione proiezione
3. La funzione $h(x,y)$ non gode delle proprietà precedenti

Per prima cosa si nota che:

$$\overline{x}+\overline{y} = \overline{\overline{\overline{x}+\overline{y}}} = \overline{x \cdot y}$$

quindi la funzione $h(x,y)$ diviene:

$$h(x,y) = f(\overline{xy}) \oplus g(\overline{xy})$$

Inoltre la condizione:

$$g(x) \neq f(x) \quad \forall x$$

Implica che:

$$f(x) \oplus g(x) = 1$$

pertanto:

$$h(x,y) = f(\overline{xy}) \oplus g(\overline{xy}) = 1$$

CVD

Un modo di procedere più "esplicito" ma più laborioso è il seguente.
Si espande $h(x,y)$ rispetto ad una delle due variabili (x o y è indifferente poiché la funzione è simmetrica rispetto alle variabili):

$$h(0,y) = f(\bar{0}+\bar{y}) \oplus g(\overline{0\cdot y}) =$$
$$= f(1+\bar{y}) \oplus g(\bar{0}) = f(1) \oplus g(1)$$

$$h(1,y) = f(\bar{1}+\bar{y}) \oplus g(\overline{1\cdot y}) =$$
$$= f(0+\bar{y}) \oplus g(\bar{y}) = f(\bar{y}) + g(\bar{y})$$

Per via della stessa condizione di prima:

$$f(x) \neq g(x) \; \forall x \implies f(x) \oplus g(x) = 1 \; \forall x$$

si ha:

$$h(0,y) = f(1) \oplus g(1) = 1$$
$$h(1,y) = f(\bar{y}) \oplus g(\bar{y}) = 1$$

quindi:

$$h(x,y) = \bar{x}\, h(0,y) + x\, h(1,y) =$$
$$= \bar{x}\cdot 1 + x \cdot 1 = 1$$

CVD

Domanda B

Si calcoli quante sono le funzioni di tre variabili che soddisfano entrambe le seguenti condizioni:

$$f(x, y, z) = f(z, y, x)$$
$$f(x, y, z) = f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$$

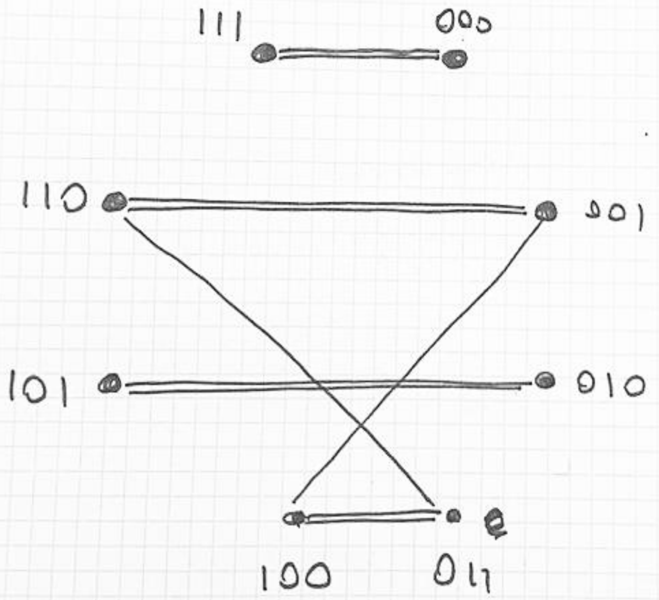
Le condizioni impongono che $f(x,y,z)$ assuma lo stesso valore in un certo insieme di punti del dominio.

Per esempio:

$f(1,1,0) = f(0,1,1)$ (prima condizione)

$f(1,1,0) = f(0,0,1)$ (seconda condizione)

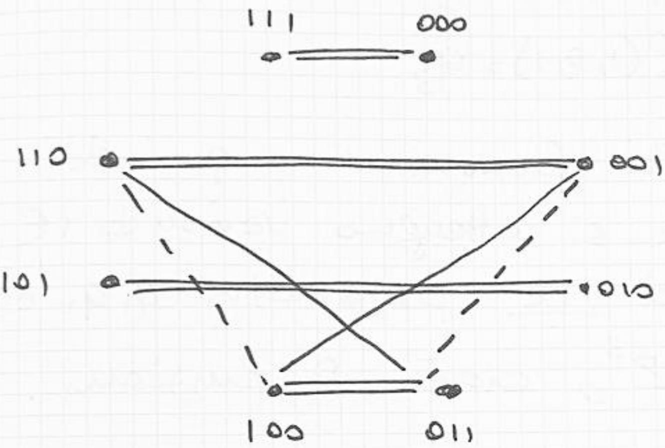
Per semplificare l'analisi si può ricorrere ad un grafo in cui si riportano i vincoli imposti dalle condizioni



— Prima condizione $f(x,y,z) = f(z,y,x)$

= Seconda condizione $f(x,y,z) = f(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$

Al grafo possiamo poi aggiungere delle relazioni di equivalenza che derivano dalla proprietà transitiva:



--- proprietà transitiva

Si nota a questo punto che si hanno tre "clique" cioè tre gruppi di punti tra loro equivalenti

1) 000, 111
2) 001, 011, 100, 110
3) 010, 101

In altre parole:

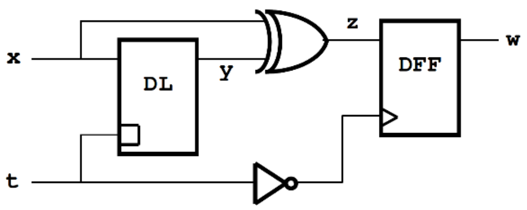
$$f(0,0,0) = f(1,1,1) = q_1$$
$$f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = q_2$$
$$f(0,1,0) = f(1,0,1) = q_3$$

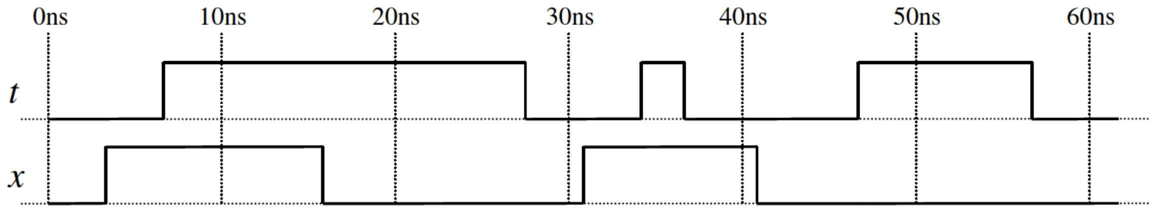
Le possibili funzioni sono quindi quelle che si ottengono variando il valore dei <u>tre</u> parametri q_1 q_2 e q_2 ovvero 2^3, cioè 8 funzioni.

Domanda C

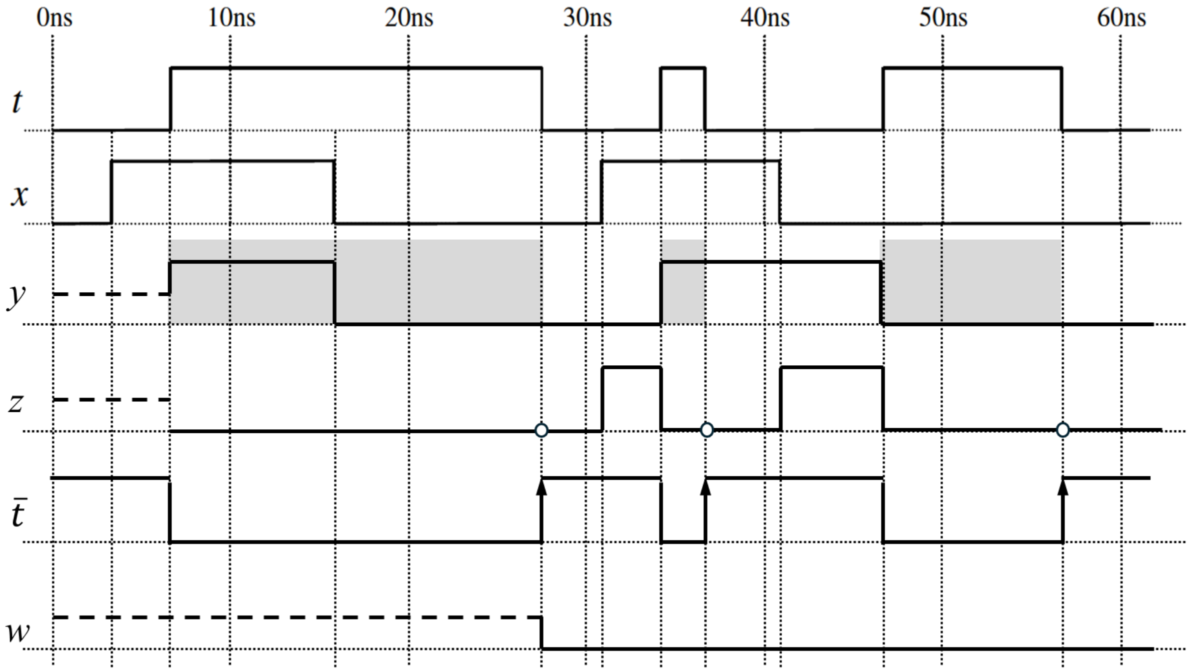
Sia data la rete sequenziale riportata a lato e costituita da un latch DT attivo sul livello alto ed un flip-flop D sensibile ai fronti di salita.

Si conosce inoltre l'andamento nel tempo, mostrato di seguito, dei segnali **t** ed **x**





Si disegni il diagramma temporale dei segnali **y**, **z** e **w** e si indichi il valore assunto dal segnale di uscita **w** a 20ns e 50ns.



Come si nota, il segnale di uscita **w** a 20ns e 50ns vale identicamente 0.

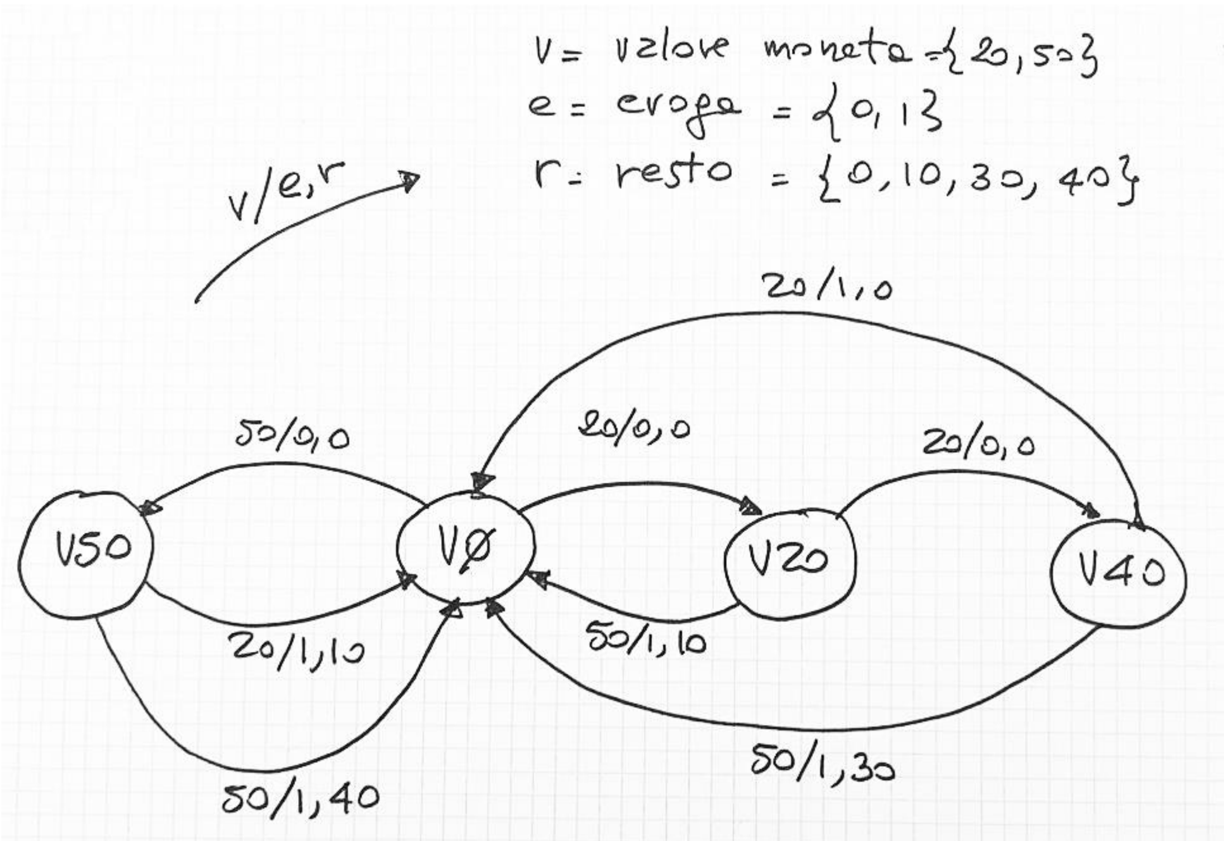
Domanda D

Una vending machine accetta monete da 20 e 50 centesimi ed eroga un solo prodotto del costo di 60 centesimi. Il prodotto viene erogato quando la somma inserita è maggiore o uguale al costo del prodotto. Se il valore introdotto è maggiore del costo del prodotto, il sistema eroga un resto al cliente.

Si progetti una macchina a stati finiti che accetta in ingresso il valore della moneta inserita e produce come uscita l'indicazione se erogare o meno il prodotto ed il valore del resto.

Si sintetizzi la macchina con flip-flop di tipo D.

Il diagramma degli stati che si deduce dal comportamento è il seguente:



Da cui si deriva la tabella di transizione codificata:

	20	50
V0	V20/0,0	V50/0,0
V20	V40/0,0	V0/1,10
V40	V0/1,0	VØ/1,30
V50	V0/1,10	V0/1,40

A questo punto è possibile scegliere (arbitrariamente) una codifica per ingressi, stati e usvite, per esempio quella mostrata di seguito.

v:
0 = 20 ¢
1 = 50 ¢

e:
0 = non eroga
1 = eroga

r:
00 = 0
01 = 10 ¢
10 = 30 ¢
11 = 40 ¢

S:
00 = VØ
01 = V20
11 = V40
10 = V50

q_1q_0 \ x	0	1
00	01/0,00	10/0,00
01	11/0,00	00/1,01
11	00/1,00	00/1,10
10	00/1,01	00/1,11

q_1q_0 \ x
$q_1^*q_0^*/e,r_1r_0$