TEMA 89

Domanda A

Siconsideri la funzione $f(x,y,z)$ così descritta:

$$f(x,y,z) = F:\{\bar{x}\bar{y}, \bar{x}y, y\bar{z}\}, D:\{\bar{x}\bar{y}\bar{z}, x\bar{y}z, \bar{x}yz\}$$

Utilizzando i metodi visti per l'ottimizzazione euristica delle funzioni a sue livelli si svolgano i seguenti punti:

- Si determini l'insieme R.
- Mediante la codifica positional cube si determini l'implicante migliore per l'espansione. Nel caso risultassero più implicanti con lo stesso ranking, se ne scelga uno qualsiasi.
- Si espanda l'implicante selezionato in tutte le direzioni possibili verificando quali delle espansioni risultano valide e quali no.

$$f(x,y,z) = \bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}yz =$$

$$= \bar{x}(\bar{y}+y) + y\bar{z} + x\bar{y}z =$$

$$= \bar{x} + y\bar{z} + x\bar{y}z$$

$$R = \bar{f} = x(\bar{y}+z)(\bar{x}+y+\bar{z}) =$$

$$= (xy + x\bar{z})(\bar{y}+z) = xyz + x\bar{y}\bar{z}$$

	x	y	z	W	R
$\bar{x}\bar{y}$	10	10	11	16	
$\bar{x}y$	10	01	11	16	
$y\bar{z}$	11	01	10	14	
$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	10	10	10	12	
$x\bar{y}z$	01	10	01	9	1°
$\bar{x}yz$	10	01	01	12	
	52	33	44		

$x\bar{y}z$ ha peso minimo

$x\bar{y}z$:

- $x\bar{y} \rightarrow x\bar{y}(xyz + x\bar{y}\bar{z}) = x\bar{y}\cdot z \neq 0 \rightarrow$ NO
- $xz \rightarrow xz(xyz + x\bar{y}\bar{z}) = xyz \neq 0 \rightarrow$ NO
- $\bar{y}z \rightarrow \bar{y}z(xyz + x\bar{y}\bar{z}) = 0 \rightarrow$ OK

L'espansione $\bar{y}z$ è valida

Domanda B

Sia $X = [x_3\ x_2\ x_1\ x_0]$ un numero intero positivo rappresentato in codifica binaria naturale. Massimizzando l'uso di componenti standard si realizzi un circuito in gado di calcolare:

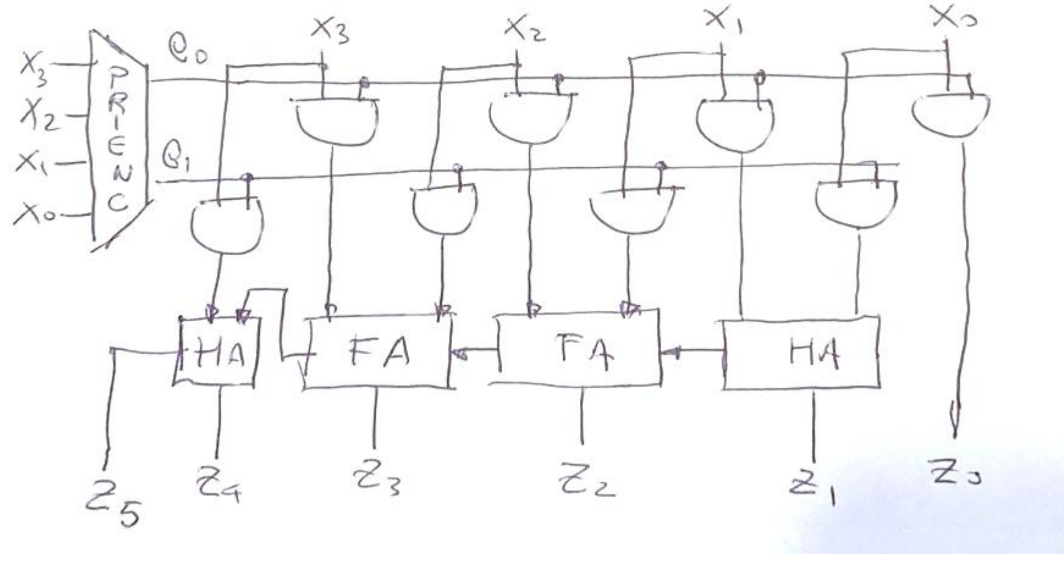
$$Z = X \cdot \lfloor \log_2 X \rfloor$$

in cui il logaritmo viene approssimato all'intero inferiore e la dimensione della codifica di Z deve essere tale da consentire la rappresentazione di tutti i valori possibili. Si disegni la rete così ottenuta.

Il valore massimo di X è 15 per cui il valore massimo di $\lfloor lg_2 X \rfloor$ è 3. Indicando con $L = [l_1 l_0]$ il valore di $\lfloor lg_2 X \rfloor$ si può calcolare Z come:

	x_3	x_2	x_1	x_0	×
			l_1	l_0	=
0	$x_3 l_0$	$x_2 l_0$	$x_1 l_0$	$x_0 l_0$	
$x_3 l_1$	$x_2 l_1$	$x_1 l_1$	$x_0 l_1$	0	
HA	FA	FA	HA	$x_0 l_0$	

Nel caso in cui X=0, $\log_2 X$ non è definito. Dato che con X=0 il priority encoder segnala un errore, è possibile sfruttare questo segnale come segnale di errore complessivo del circuito.



Domanda C

Si consideri la macchina a stati autonoma (contatore) descritta dalle seguenti equazioni:

$$q_2^* = q_1, \quad q_1^* = q_0, \quad q_0^* = q_0 \oplus q_1, \quad z_i = q_i, \quad \sigma_0 : [q_2 q_1 q_0] = 110$$

Si svolgano i seguenti punti:

- Si determinino il modulo e la sequenza di conteggio
- Si realizzi la stessa sequenza di conteggio mediante una macchina a stati minima realizzata mediante flip-flop JK.

Si ricava dapprima la tabella di transizione di stato, partendo dallo stato di reset

$q_2 q_1 q_0$	$q_2^* q_1^* q_0^*$
1 1 0	1 0 1
1 0 1	0 1 1
0 1 1	1 1 0

Si osserva che il modulo della sequenza di conteggio è 3 e la sequenza è:

{110, 101, 011}

Inoltre, l'uscita coincide con lo stato. Per la sintesi della macchina minima si utilizzano due flip-flop JK.

La tabella di transizione della macchina minima (Moore) è dunque:

Q	Q*	Z
A	B	110
B	C	101
C	A	011

Per la codifica dello stato si nota che, per esempio, i due bit meno significativi di z formano tre parole distinte e quindi possono essere usati per la codifica di q.
Si ottiene quindi la tabella codificata:

$q_1 q_0$	$q_1^* q_0^*$	$z_2 z_1 z_0$
1 0	0 1	1 1 0
0 1	1 1	1 0 1
1 1	1 0	0 1 1

Da cui si possono ricavare le eccitazioni per i bistabili JK:

$q_1 q_0$	$J_1 K_1$ $J_0 K_0$	$z_2 z_1 z_0$
1 0	– 1 1 –	1 1 0
0 1	1 – – 0	1 0 1
1 1	– 0 – 1	0 1 1

Procedendo alla sintesi si ottiene

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	–	1
1	–	–

$J_1 = 1$

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	–	–
1	1	0

$K_1 = \overline{q_0}$

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	–	–
1	1	–

$J_0 = 1$

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	–	0
1	–	1

$K_0 = q_1$

Per z, per costruzione, si ha:

$z_0 = q_0$
$z_1 = q_1$

$q_1 \backslash q_0$	0	1
0	–	1
1	1	0

$z_2 = \overline{q_0} + \overline{q_1}$

Domanda D

Procedendo in maniera strutturale si progetti un contatore dotato di due segnali di controllo **MOD** e **STEP**. Il segnale MOD controlla il modulo del contatore mentre il segnale STEP modifica il passo del contatore. Le tabelle seguenti specificano il significato dei due segnali.

MOD	Modulo
00	32
01	16
10	8
11	4

STEP	Passo
00	-2
01	-1
10	+1
11	+2

Per modificare il modulo del contatore si può notare - visto che i possibili moduli sono potenze del 2 - quanto segue. Il massimo modulo è 32 per cui sono necessari 5 bit. Quando il modulo è 16 è sufficiente "osservare" i 4 bit meno significativi, cioè fissare a 0 il bit più significativo. In modo simile, quando il modulo è 8, si osservano 3 bit, ovvero si fissano a 0 i 2 bit più significativi.

Per far variare il modulo, quindi, è sufficiente mettere in AND la parola di uscita di un contatore binario a 5 bit con una maschera M così definita:

MOD	m_4	m_3	m_2	m_1	m_0
00	1	1	1	1	1
01	0	1	1	1	1
10	0	0	1	1	1
11	0	0	0	1	1

Da cui si conclude che:

$$m_4 = \overline{MOD_1} \cdot \overline{MOD_0}$$
$$m_3 = \overline{MOD_1}$$
$$m_2 = \overline{MOD_1} + \overline{MOD_0}$$

Per il controllo dello step di conteggio si può usare un multiplexer. Ne deriva la rete seguente, costruita a partire da un contatore binario naturale a 5 bit: